H30 年度　基礎化学　講義資料 1　練習問題解答例

以下の解答例は解説も含んでいます。解答に当たってはこのように詳しい説明は書かなくてもいいですが、計算の過程で必要な一文を書いてください（試験の採点の際にも重要視しています）。論理のつながりを示すことは、他の人が読んだときや、後日、読み返したときに重要です。

スライド 28　練習問題 1

1-1

① リンゴに作用している重力Fは$F=-mg$　（地球の中心に向かっている矢印を考えているので、力の向きを考えるとマイナスの符号をつけている）
重力の大きさは　mg　である（矢印の長さに相当する。符号は考えない）。
よって、$mg=0.20\ \mathrm{kg}\times 9.80\ \mathrm{m/s^2}=1.96\ \mathrm{N}$　<u>答え：1.96 N</u>

② 加速度の意味と、加速度と速度の関係を理解していないと、この問題は理解できない。加速度は単位時間当たりに変化する速度である（速度の時間変化の割合ともいえる）。初期状態（落下速度ゼロ）の 1 秒後の落下速度は加速度分だけ変化しているので、1 秒後の落下速度は

$$9.8\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s^2}}\times 1.0\ \mathrm{s}=9.8\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}=9.8\ \mathrm{m/s}$$

<u>答え：9.8 m/s</u>

注意：単位の計算も理解すること。また、公式では　$v(t)=v_0+gt$　（v_0は初速）を使って求めることも出来るが、必ず公式の意味を理解していること。

③ 落下速度は 1 秒間当りに 9.8 m/s ずつ速くなるので、2 秒後の速度は

$$9.8\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s^2}}\times 2.0\ \mathrm{s}=19.6\ \mathrm{m/s}$$

3 秒後の速度は

$$9.8\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s^2}}\times 3.0\ \mathrm{s}=29.4\ \mathrm{m/s}$$

となる。

<u>答え：2 秒後は19.6 m/s、3 秒後は29.4 m/s</u>

④ リンゴの位置エネルギーは mgh であるので、
位置エネルギー$=mgh=0.20\ kg\times 9.80\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s^2}}\times 10.0\ m=19.6\ \mathrm{N\cdot m}=19.6\ \mathrm{J}$

<u>答え：19.6 J</u>

注意：計算は簡単ではあるが、位置エネルギーをポテンシャルエネルギーと呼ぶ意味は深い。

1-2

① 単位換算をして求める。

$$40\ \frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}} = 40\ \frac{1000\ \mathrm{m}}{3600\ \mathrm{s}} = 11.1\ \mathrm{m/s}$$

答え：$11.1\ \mathrm{m/s}$

② 単位時間当たりの速度の変化率を求める問題である。問題文中では触れられていないが、3 秒間のうちの速度変化は滑らかに行われたと考えて、加速度（速度の時間変化の割合）を求め、次に力を求める。

3 秒間のうちに速度が変化した。$\Delta t = 3.0\ s$である。
次に 40 km/h は 11.1 m/s であった。同様に計算すると、60 km/h は 16.7 m/s になる。
したがって、速度変化Δvを求めると

$$\Delta v = \text{変化後} - \text{変化前} = 16.7 - 11.1 = +5.6\ \mathrm{m/s}$$

したがって、加速度（単位時間当たりの速度変化）aは

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{+5.6\ \mathrm{m/s}}{3.0\ \mathrm{s}} = +1.87\ \mathrm{m/s^2}$$

加速度が正の値なので、速度が増加したことと一致する。
自動車に加えられた力Fは

$$F = ma = 1000\ \mathrm{kg} \times (+1.87\ \ \mathrm{m/s^2}) = +1.87 \times 10^3\ \mathrm{N}$$

力が正の値なので、自動車に正の力が加えられて、速度が増加したことが分かる。

答え：加速度は$1.87\ \mathrm{m/s^2}$、作用した力は$+1.87 \times 10^3\ \mathrm{N}$

③ 2 秒のうちに 15 km/h から 0 km/h になっているので、ブレーキを踏んで減速したことに注意する。
$\Delta t = 2.0\ \mathrm{s}$ である。
15 km/h は 4.17 m/s であるので、速度の変化は

$$\Delta v = 0.0 - 4.17 = -4.17\ \mathrm{m/s}$$

よって、加速度は

$$a = \frac{-4.17\ \mathrm{m/s}}{2.0\ \mathrm{s}} = -2.09\ \mathrm{m/s^2}$$

作用した力は

$$F = 1000\ \mathrm{kg} \times \left(-2.09 \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s^2}}\right) = -2.09 \times 10^3\ \mathrm{N}$$

答え：加速度は$-2.09\ \mathrm{m/s^2}$、作用した力は$-2.09 \times 10^3\ \mathrm{N}$

スライド 35　練習問題２

以下のように計算できる。

$$U = -GMm\int_{\infty}^{r}\frac{dr}{r^2} = -GMm\int_{\infty}^{r} r^{-2}dr = -GMm\left[\frac{1}{-2+1}r^{-2+1}\right]_r^{\infty} = GMm[r^{-1}]_r^{\infty}$$

$$= GMm\left(\frac{1}{\infty}-\frac{1}{r}\right) = -G\frac{Mm}{r}$$

積分範囲について：リンゴが地面より遠いところから近づいてくる落下運動で考えること。

スライド 28　練習問題３

①　この問題は重力加速度の意味を考える問題である。(1)式と(2)式を見比べる。

$$-G\frac{M_E m}{R_E^2} = -mg$$

両辺を$-m$で割ると

$$g = G\frac{M_E}{R_E^2}$$

重力加速度の中には地球の質量と半径が反映されていることが理解できる。万有引力Gの値は我々の宇宙では一定の値をとる。

惑星探査や衛星探査の際には、必ず探査機から物体を落下させて重力加速度を測定する。三角測量により惑星や衛星の半径を測定できるので、重力加速度とあわせて質量を測定することが出来る。体積と質量からその惑星や衛星の密度や重力の大きさを求めることが出来る。重力の大きさや表面温度が分かれば、大気が存在するか、おおよその大気の成分、生命体が存在するのかを予想できる。

②　万有引力定数、地球の赤道半径、重力加速度が分かっているので

$$g = G\frac{M_E}{R_E^2}$$

を変形して計算すると（単位換算に注意）

$$M_E = \frac{gR_E^2}{G} = \frac{9.8067\ \mathrm{m/s^2} \times (6.378\times 10^6\ \mathrm{m})^2}{6.6742\times 10^{-11}\ \mathrm{N\cdot m^2/kg^2}} = 5.977\times 10^{24}\ \mathrm{kg}$$

<u>答え：$M_E = 5.977\times 10^{24}\ \mathrm{kg}$</u>

③　密度は単位体積あたりの質量である。従って、赤道半径を用いて地球の体積を求めると、以下のように計算できる。密度ρ（通常、ギリシャ語でローが用いられる）は

$$\rho = \frac{M_E}{\frac{4}{3}\pi R_E^3} = \frac{5.977 \times 10^{24}\ \mathrm{kg}}{\frac{4}{3}\pi \times (6.378 \times 10^6\ \mathrm{m})^3} = 5.500 \times 10^3\ \ \mathrm{kg/m^3} = 5.500\ \mathrm{g/cm^3}$$

<u>答え : $5.500 \times 10^3\ \ \mathrm{kg/m^3}$, or $5.500\ \mathrm{g/cm^3}$</u>

太陽、木星、土星、火星、金星、月の密度は 1.41, 1.33, 0.69, 3.93, 5.24, 3.34 $\mathrm{g/cm^3}$ である（理科年表 2013）。これらと比較すると、ガス性の惑星と恒星に対して、岩石性の惑星の密度は高いことが分かる。地球のマントル上部相当岩石の密度が 3.35~3.5 $\mathrm{g/cm^3}$である。地球の中心にはもっと密度の高い物質があると考えられているが、まだよく分かっていない。

スライド 41　練習問題４

単位の分子と分母の関係に注目することが重要

①　単位時間当たりの変位（速度のこと）

②　単位時間当たりの速度変化（加速度のこと）

③　単位面積にかかっている力の大きさ（圧力のこと）

④　単位面積当たりのエネルギー（表面エネルギー密度：表面張力のこと）、あるいは単位面積当たりにした仕事

⑤　単位体積あたりの質量（密度のこと）

<u>物理や化学では通常 SI 単位系（m, kg, s, K, mol, A, cd）を用いる</u>

スライド 41　練習問題５

単位の計算を行うと

$$\mathrm{Pa} \times \mathrm{m^3} = \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m^2}} \times \mathrm{m^3} = \mathrm{N} \times \mathrm{m} = \mathrm{J}$$

となり、仕事やエネルギーの単位になる。

pVは理想気体が圧力p、体積Vの状態を保つために気体がしている仕事の大きさである。

スライド 41　練習問題６

①　1 μm

②　10 GB

③　10 mg

④　10 nm

⑤　1013 hPa、あるいは 0.1013 MPa

スライド 73　練習問題３

考え方　分子量から分子 1 個の質量を求めて計算する。このとき、分子量＝モル質量としてアボガドロ数で割ること、関係式中の質量の単位が g ではなく、kg であることを理解する。

関係式では$\bar{v}$とmとTの関係を説明している。つまり、$\bar{v}$と$m^{1/2}$は反比例の関係なので、軽い分子は平均速度が速く、反対に重い分子は平均速度が遅い。また、$\bar{v}$と$T^{1/2}$は比例の関係なので、温度が高いほど平均速度が速くなることを説明している。このように、関係式の意味（左辺と右辺の比例、反比例関係）を理解することが重要である。

解答例

①　窒素分子の場合

分子 1 個の質量m (kg)を求める。

$$m\ (\mathrm{kg}) = \frac{28.0 \times 10^{-3}\ \mathrm{kg/mol}}{6.02 \times 10^{23}\ 個/\mathrm{mol}} = 4.65 \times 10^{-26}\ \mathrm{kg}/個$$

与えら得た式中のTは絶対温度で 298 K になる。

計算すると

$$\overline{v_{\mathrm{N_2}}} = \sqrt{\frac{3 \times (1.38 \times 10^{-23}\ \mathrm{J/(mol\ K)}) \times 298\mathrm{K}}{4.65 \times 10^{-26}\mathrm{kg}}}$$

$$= 515\ \mathrm{m/s} = 5.15 \times 10^{2}\ \mathrm{m/s}$$

速度の x 成分、y 成分、z 成分を求めると$2.97 \times 10^{2}\ \mathrm{m/s}$となり、音速の値$3.40 \times 10^{2}\ \mathrm{m/s}$に近い値が得られる。

酸素分子以下、同様に計算する。

計算結果をまとめると、以下の表のようになる。

	m (kg)	$\bar{v}$ (m/s)
N_2	4.65×10^{-26}	515
O_2	5.32×10^{-26}	482
H_2	3.36×10^{-27}	1.92×10^{3}
He	6.64×10^{-27}	1.36×10^{3}

解説　桁の小さい数字の計算に注意する。
有効数字は計算の途中であわせても、最後にあわせてもよい（求められる計算の精度によるが、基礎化学の計算ではこのやり方でも問題ない）。

スライド 74　練習問題４

考え方　気体分子運動論で求められた以下の関係式を用いて計算することが出来る。

$$\frac{3}{2}k_{\mathrm{B}}T=\frac{1}{2}m\overline{v^2}$$

問題で考えている速度が平均速度であると考え（この考え方にギャップを感じる方がいるかもしれません）、平均速度$\bar{v}$を速度vに置き換えて値を求めると、温度Tについて以下のように変形できる。

$$\frac{3}{2}k_{\mathrm{B}}T=\frac{1}{2}mv^2$$

$$T=\frac{mv^2}{3k_{\mathrm{B}}}$$

解答例

① 人間の場合

速度は　$v=\frac{dx}{dt}=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{x(t+\Delta t)-x(t)}{(t+\Delta t)-t}\approx\frac{\Delta x}{\Delta t}=\frac{100\mathrm{m}}{10.0\mathrm{s}}=10.0\,\mathrm{m/s}$　（途中の過程を丁寧に書いた）

関係式に値を代入すると

$$T=\frac{mv^2}{3k_{\mathrm{B}}}=\frac{60.0\mathrm{kg}\times 10.0^2(\mathrm{m/s})^2}{3\times 1.38\times 10^{-23}\,\mathrm{J/(mol\,K)}}=1.45\times 10^{26}\mathrm{K}$$

分子の質量（10^{-26} kg の桁）に比べて 27 桁も大きいので、温度も 27 桁大きくなる。

解説　ここで大きな違和感を感じる人もいるだろう。実は我々が感じている温度は分子１個が温度計の表面に 1 秒間当たりに数十億回も衝突して感じている温度である。人間が 1 度衝突してもごく短い時間だけ温度が上昇するかもしれないが、その温度はすぐに室温に戻ってしまうため、決して$1.45\times 10^{26}\mathrm{K}$になることはない（ので安心してもよい）。しかし、衝突時に温度が上がらない代わりに、物を壊すエネルギーに使われる。

② 窒素分子１個

質量は先の練習問題で求めた値を用いる（計算は省略する）。
関係式に値を代入すると

$$T=\frac{mv^2}{3k_{\mathrm{B}}}=\frac{4.65\times 10^{-26}\mathrm{kg}\times 700^2(\mathrm{m/s})^2}{3\times 1.38\times 10^{-23}\,\mathrm{J/(mol\,K)}}=550\,\mathrm{K}$$

③ 炭素原子同士の共有結合エネルギー

考え方　共有結合エネルギーはポテンシャルエネルギーの深さに相当する。共有結合をしている 2 原子はバネで連結されたような振動子のように振る舞う。ポテンシャルエネルギーは 2 つの原子が化学結合していない状態を基準のゼロにしている。
この問題では質点のポテンシャルエネルギーを運動エネルギーに置き換えて考える。
結合エネルギーに相当する運動エネルギーを考える。まず、以下の関係式が書ける。

$$\frac{1}{2}mv^2 = 334\,\mathrm{kJ/mol}$$

右辺の値は6.02×10^{23}本あたりの値なので、1 本あたりの値で書くと

$$\frac{1}{2}mv^2 = \frac{334\,\mathrm{kJ/mol}}{6.02 \times 10^{23}\text{本}} = 5.55 \times 10^{-19}\,\mathrm{J}/\text{本}$$

いま考える関係式の両辺を単純に$\frac{3}{2}k_\mathrm{B}$で割ると

$$\frac{3}{2}k_\mathrm{B}T = \frac{1}{2}mv^2$$

$$T = \frac{\frac{1}{2}mv^2}{\frac{3}{2}k_\mathrm{B}} = \frac{5.55 \times 10^{-19}\mathrm{J}}{\frac{3}{2} \times\times 1.38 \times 10^{-23}\,\mathrm{J/(mol\,K)}} = 2.68 \times 10^4\mathrm{K}$$

原子が原子核と電子に分かれて電離する現象をプラズマと呼ばれるが、その温度が$10^4\mathrm{K}$程度であり、得られた温度をよく説明する。

④ X 線の光子（フォトン）1 個のエネルギー
光子のエネルギーは運動エネルギーそのものである。
共有結合エネルギーで考えた関係式を使って計算する。

$1.602 \times 10^{-15}\mathrm{J}$の温度は

$$T = \frac{\frac{1}{2}mv^2}{\frac{3}{2}k_\mathrm{B}} = \frac{1.602 \times 10^{-15}\mathrm{J}}{\frac{3}{2} \times\times 1.38 \times 10^{-23}\,\mathrm{J/(mol\,K)}} = 7.74 \times 10^7\mathrm{K}$$

$1.602 \times 10^{-13}\mathrm{J}$の温度は

$$T = \frac{\frac{1}{2}mv^2}{\frac{3}{2}k_\mathrm{B}} = \frac{1.602 \times 10^{-13}\mathrm{J}}{\frac{3}{2} \times\times 1.38 \times 10^{-23}\,\mathrm{J/(mol\,K)}} = 7.74 \times 10^9\mathrm{K}$$

解説　これらのエネルギーを持つ光子 1 個が数十億回も温度計の表面に 1 秒間当たりに数十億回も衝突すれば、求めた温度になる。しかし、ある確率で DNA に光子が当たると、

DNA 中の化学結合を切ってしまう。共有結合の温度よりも高いためである。これが放射線障害の原因である。

物理を学ぶと、

$$\frac{3}{2}k_{\mathrm{B}}T=\frac{1}{2}mv^2$$

を、両辺の因子を省略して

$$k_{\mathrm{B}}T\approx\frac{1}{2}mv^2$$

$$T\approx\frac{mv^2}{2k_{\mathrm{B}}}\approx\frac{mv^2}{2\times10^{-23}}=\frac{1}{2}mv^2\times10^{23}$$

と運動エネルギーをk_{B}で割ったり、桁を 23 桁増やして大雑把に温度を考えることが習慣となる。

解説（発展）　精密な値を用いて精密な計算をしても、Newton の運動方程式や van der Waals の状態方程式は発想できない。大雑把な値や考え方から出発して、複数の原因の因果関係（比例関係、反比例関係等）を考え、実験結果を矛盾なく説明するか否か、一連の検証を行う。

スライド 102　練習問題５

考え方　分子１個の体積を求め、スライド４８の基本問題ように球の体積の式から求める。体積の単位換算（L から m^3 への単位変換）に気をつける。

解答例

He について

He 分子（単原子分子）の体積$\frac{2.37\times10^{-2}\times10^{-3}}{6.02\times10^{-23}}=\frac{4}{3}\pi r^3$

$$r = 2.11 \times 10^{-10}\mathrm{m}$$

直径dは

$$d = 2r = 4.22 \times 10^{-10}\mathrm{m}$$

他の分子についても同様に計算する。

計算の詳細は省略するが、以下の表に求めた値をまとめた。

	d (m)
He	4.22×10^{-10}
Ar	4.68×10^{-10}
O_2	4.66×10^{-10}
N_2	4.98×10^{-10}
CH_4	5.14×10^{-10}
NH_3	4.90×10^{-10}
H_2O	4.60×10^{-10}
CH_3OH	5.96×10^{-10}
CH_3CH_2OH	6.44×10^{-10}