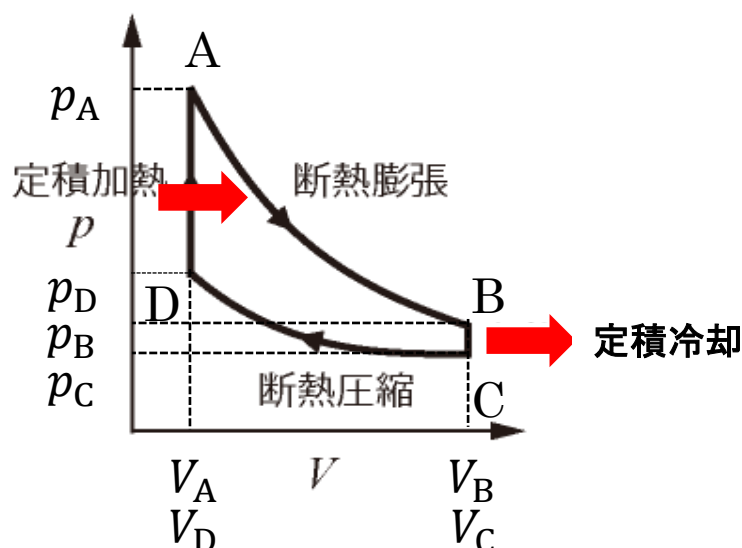


学生番号

氏名

- 提出する必要はありません。化学独自ホームページに掲載した解答例で考え方を確認してください。
- 得られた数値は有効桁数に気をつけて、単位を付けること。数値だけではなく、必ず計算の過程も示すこと。
- スペースが足りない場合は裏面を使ってください。

問題 1 以下に Otto サイクルの $p-V$ 図を示す。図中の矢印は理想気体への熱の出入りを示している。以下の各問に答えなさい。



問 1 外界が理想気体に与える熱を求めなさい。

定積過程での熱力学第一法則は $\Delta U = Q$ である。

Q を求めると以下ようになる。

$$Q = \Delta U = \frac{3}{2}nR\Delta T = \frac{3}{2}nR(T_A - T_D)$$

問 2 理想気体が外界にする仕事を求めなさい。

理想気体が外界にする仕事はループの面積に等しい。定積過程では理想気体の体積変化が起きないので、断熱膨張の仕事（面積） W'_{AB} と断熱圧縮の仕事（面積） W'_{CD} から求める。温度で表記すると（熱効率を温度差で表したいため）、

$$W'_{AB} = \frac{nR}{\gamma - 1}(T_A - T_B) > 0$$

$$W'_{CD} = \frac{nR}{\gamma - 1}(T_C - T_D) < 0$$

よって、

$$W' = W'_{AB} + W'_{CD} = \frac{nR}{\gamma - 1}(T_A - T_B + T_C - T_D)$$

問 3 熱効率の式を求めなさい。

熱効率 η は以下ようになる。

$$\begin{aligned} \eta = \frac{W'}{Q} &= \frac{\frac{nR}{\gamma - 1}(T_A - T_B + T_C - T_D)}{\frac{3}{2}nR(T_A - T_D)} = \frac{\frac{1}{\gamma - 1}(T_A - T_B + T_C - T_D)}{\frac{3}{2}(T_A - T_D)} = \frac{\frac{3}{2}(T_A - T_B + T_C - T_D)}{\frac{3}{2}(T_A - T_D)} = \frac{T_A - T_B + T_C - T_D}{T_A - T_D} \\ &= 1 - \frac{T_B - T_C}{T_A - T_D} \end{aligned}$$

ここで、 $\gamma = 5/3$ とした。熱効率が温度差で示されることが分かった。

以上で終わってもよいが、参考のために、断熱過程と定積過程に注目すると、さらに変形できることを以下に示す。

断熱過程の拘束条件の1つである $V_i T_i^{\gamma-1} = V_f T_f^{\gamma-1}$ を使って、4つの温度を関係づける。

$$\begin{aligned} V_A T_A^{\gamma-1} &= V_B T_B^{\gamma-1} \\ V_C T_C^{\gamma-1} &= V_D T_D^{\gamma-1} \end{aligned}$$

から分子を分母と関連付けることを考えると

$$\begin{aligned} T_B &= T_A \left(\frac{V_A}{V_B} \right)^{\frac{1}{\gamma-1}} \\ T_C &= T_D \left(\frac{V_D}{V_C} \right)^{\frac{1}{\gamma-1}} \end{aligned}$$

η は

$$\eta = 1 - \frac{T_B - T_C}{T_A - T_D} = 1 - \frac{T_A \left(\frac{V_A}{V_B} \right)^{\frac{1}{\gamma-1}} - T_D \left(\frac{V_D}{V_C} \right)^{\frac{1}{\gamma-1}}}{T_A - T_D}$$

等積過程（定積過程）を考えると、 $V_A = V_D$ 、 $V_B = V_C$ なので

$$\eta = 1 - \frac{T_A \left(\frac{V_A}{V_B} \right)^{\frac{1}{\gamma-1}} - T_D \left(\frac{V_D}{V_C} \right)^{\frac{1}{\gamma-1}}}{T_A - T_D} = 1 - \frac{T_A \left(\frac{V_A}{V_B} \right)^{\frac{1}{\gamma-1}} - T_D \left(\frac{V_A}{V_B} \right)^{\frac{1}{\gamma-1}}}{T_A - T_D} = 1 - \left(\frac{V_A}{V_B} \right)^{\frac{1}{\gamma-1}}$$

となる。